

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół średnich)
Zadania I etapu na rok szkolny 2021/22

Zadanie 1. Okrągły stół

Przy okrągłym stole siedzi 35 osób, każdym z nich jest prawdomówna albo jest kłamcą. Każda z osób stwierdziła, że co najmniej jeden z jej sąsiadów jest kłamcą. Czy przy stole może siedzieć dokładnie 22 prawdomówne osoby? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Sumy potęg

Dwie liczby mają taką własność, że ich suma, suma kwadratów jak i suma sześciątów jest równa tej samej liczbie m . Udowodnij, że suma czwartych potęg tych liczb jest także równa m .

Zadanie 3. Dwie nierówności

Liczby x i y różne od 0, spełniają nierówności $x^2 - x > y^2$ i $y^2 - y > x^2$. Uzasadnij, że $xy > 0$.

Zadanie 4. Czwórki i liczba złożona

W liczbie 1211 między liczby 12 i 11 wstawiono dowolną liczbę czwórek. Udowodnij, że uzyskana w ten sposób liczba 124 ... 411 jest zawsze liczbą złożoną.

Zadanie 5. Suma trzech odwrotności

Czy można przedstawić ułamek $\frac{1}{2021}$ w postaci sumy trzech odwrotności liczb nieparzystych? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 6. Dwa trójmiany i wspólny pierwiastek

Trójmiany $y = ax^2 + bx + c$, $y = bx^2 + cx + a$ (a, b i c są różne od zera) mają wspólny pierwiastek. Wyznacz ten pierwiastek.

Zadanie 7. Dziesięć procent

Liczbę naturalną zwiększono o 10% i otrzymano także liczbę naturalną. Czy suma cyfry otrzymanej liczby może zmniejszyć się o 10%? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 8. Kwadrat i trójkąty równoramienne

Czy można rozciąć kwadrat na cztery trójkąty równoramienne, z których żadne dwa nie są przystające? Odpowiedź uzasadnij.

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
(dla uczniów klas I i II szkół średnich)
Zadania I etapu na rok szkolny 2021/22

Zadanie 9. Suma trzech pierwiastków

Dodatnie liczby a, b, c spełniają warunek $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1011\sqrt{2}$. Jaką najmniejszą wartość może przyjąć wyrażenie $\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 10. Liczba złożona

Udowodnij, że liczba postaci $1 + n + n^7 + n^8 + n^9$ jest złożona dla każdej liczby naturalnej $n > 1$?

Zadanie 11. Kąt prosty

Dany jest trójkąt ABC , w którym $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Punkt M jest środkiem boku AB . Na odcinkach AC i BC wybrano takie punkty P i Q , że $|AP| = |PQ| = |QB|$. Udowodnij, że $\sphericalangle PMQ = 90^\circ$.

Zadanie 12. Pięciokąt i okrąg

Pięciokąt $ABCDE$ jest wpisany w okrąg, przy czym boki AB, BC, CD mają tę samą długość. Odcinki AC i EB przecinają się w punkcie K , natomiast odcinki AD i EC w punkcie L . Udowodnij, że $|AK| = |KL|$.

Rozwiązania tych zadań sprawdzają nauczycieli matematyki oceniając każde w skali od 0 do 5 punktów. Wyniki prac należy przesyłać do dnia 6 kwietnia 2022 roku na adres:

X Liceum Ogólnokształcące im. prof. Stefana Banacha
87-100 Toruń, plac Św. Katarzyny 9
tel. (0-56) 622-27-33

lub na:

e-mail: tmaslow@onet.eu

Zgłoszenie powinno zawierać imię, nazwisko ucznia, klasę i typ szkoły, punktację za każde zadanie oraz imię i nazwisko nauczyciela. Z każdej szkoły, której uczniowie przysłały rozwiązania zadań, automatycznie do finału zapraszamy trzech najlepszych uczniów pod warunkiem, że uzyskali oni, co najmniej połowę punktów możliwych do zdobycia. Pozostałymi finalistami zostają uczniowie, którzy zdobyli największą liczbę punktów w grupie wszystkich, którzy przysłali rozwiązania. Każda szkoła może być reprezentowana przez co najwyżej 15 uczniów. Finał wojewódzki dla około 100 autorów najlepszych prac odbędzie się 22 kwietnia 2022 roku w X LO w Toruniu.