

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**im. prof. Stefana Banacha**  
**TORUŃ, 11 kwietnia 2025 roku**

Czas rozwiązywania: 150 minut

**Zadanie 1. Wielokrotności dziewięciu**

Ile jest liczb  $n$  należących do zbioru kolejnych liczb naturalnych  $\{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ , dla których liczba  $n^4 - 1$  jest podzielna przez 9? Uzasadnij swoją odpowiedź.

**Zadanie 2. Układ równań**

Niech  $x, y$  będą liczbami dodatnimi takimi, że  $x > y$  oraz

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \text{ i } \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 5$$

Oblicz  $x$ .

**Zadanie 3. Liczba 24-cyfrowa**

Czy liczbę 24-cyfrową 202520252025202520252025 można zapisać w postaci sumy pięciu liczb składających się jedynie z cyfr 0 i 5? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4. Prosta i parabola**

Prosta przecina parabolę  $y = x^2$  w punktach, których pierwsze współrzędne są równe  $x_1, x_2$ , zaś oś  $OX$  w punkcie o pierwszej współrzędnej  $x_3$ , gdzie  $x_1, x_2, x_3 \neq 0$ .

Udowodnij, że  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$ .

**Zadanie 5. Trójkąt i kwadraty**

Na zewnątrz boków trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości  $a$  i  $b$  skonstruowano trzy kwadraty. Oblicz pole trójkąta wyznaczonego przez środki symetrii tych kwadratów.