

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**im. prof. Stefana Banacha**  
**Zawody indywidualne**  
**TORUŃ, 1 kwietnia 2016 roku**

*Czas rozwiązywania: 180 minut*

**Zadanie 1. Ułamki**

Oblicz, ile jest nieskracalnych ułamków, które są mniejsze od  $\frac{1}{20 \cdot 16}$ , większe od  $\frac{1}{20 \cdot 17}$  oraz których licznik jest równy  $20 \cdot 16$ .

**Zadanie 2. Układ nierówności**

Wyznacz największą liczbę całkowitą  $a$ , dla której istnieje liczba całkowita  $b$  spełniająca

układ nierówności: 
$$\begin{cases} |a + b| \leq 3 \\ |a - 3b| \leq 2 \end{cases}$$

**Zadanie 3. Trzy kwadraty**

Udowodnij, że nie istnieje taka liczba pierwsza  $p$  oraz liczba całkowita dodatnia  $x$  taka, że liczby  $x, x + p, x + 2p - 1$  są kwadratami liczb naturalnych.

**Zadanie 4. Równoległobok**

W czworokącie wypukłym  $ABCD$  punkty  $E$  i  $F$  są odpowiednio środkami boków  $CD$  i  $AB$ , natomiast punkty  $G, H, I, J$  są odpowiednio środkami odcinków  $AE, BE, CF$  i  $DF$ . Udowodnij, że punkty  $G, H, I, J$  są wierzchołkami równoległoboku albo leżą na jednej prostej.

**Zadanie 5. Dziesięć kolejnych liczb**

Czy istnieje dziesięć kolejnych liczb naturalnych, które można podzielić na dwa niepuste podzbiory tak, aby suma najmniejszych wspólnych wielokrotności liczb każdego z podzbiorów kończyła się liczbą 2016? Odpowiedź uzasadnij.