

**WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY**  
**im. prof. Stefana Banacha**  
**TORUŃ, 23 kwietnia 2022 roku**

*Czas rozwiązywania: 180 minut*

**Zadanie 1. Dwie liczby dodatnie**

Dwie liczby dodatnie  $a$  i  $b$  spełniają warunek  $a^3 + ab - b^3 = (a + b)^2$ . Wyznacz wartości jakie może przyjmować różnica  $a - b$ .

**Zadanie 2. Para liczb całkowitych**

Wyznacz parę liczb całkowitych dodatnich  $(x, y)$  spełniającą równanie

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{2022}$$

i taką, by  $x$  przyjmowało najmniejszą możliwą wartość.

**Zadanie 3. Para liczb**

Niech  $A$  będzie liczbą dwucyfrową, a  $B$  liczbą trzycyfrową. Liczba  $A$  powiększona o  $B\%$  jest równa liczbie  $B$  pomniejszonej o  $A\%$ . Wyznacz wszystkie pary liczb  $(A, B)$ .

**Zadanie 4. Trzy liczby i dwie nierówności**

Dane są dodatnie liczby rzeczywiste  $a, b, c$  takie, że  $ab + bc + ca \geq a + b + c$ . Udowodnij, że  $a + b + c \geq 3$ .

**Zadanie 5. Pola trójkątów w trójkącie**

Trójkąt  $ABC$  jest równoramienny, w którym  $|AC| = |BC|$  oraz  $\sphericalangle C = 100^\circ$ . Punkt  $D$  leży na boku  $AC$  oraz  $\sphericalangle DBA = 10^\circ$ . Punkt  $E$  leży na boku  $AB$  oraz  $|EB| = |CB|$ . Punkt  $K$  jest punktem przecięcia odcinków  $BD$  i  $CE$ . Udowodnij, że pole trójkąta  $KCD$  jest równe polu trójkąta  $KBE$ .