

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
ETAP SZKOLNY
TORUŃ, czwartek 13 marca 2025 roku

Czas rozwiązywania: 120 minut

Zadanie 1. Liczba 1000-cyfrowa

Jaka jest największa liczba cyfr, którą należy wykreślić z liczby 1000-cyfrowej

$N = 202520252025 \dots 2025$, aby suma pozostałych cyfr była równa 2025? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Układ równań

Wyznacz wszystkie trójki liczb rzeczywistych a, b, c spełniające układ równań:

$$\begin{cases} ab = a + b \\ bc = b + c \\ ca = c + a \end{cases}$$

Zadanie 3. Najmniejsza wartość największa

Funkcja $f(x)$ oznacza najmniejszą z liczb: $4x + 1, x + 2, -2x + 4$, gdzie $x \in \mathbb{R}$. Wyznacz największą wartość funkcji $f(x)$.

Zadanie 4. Jedno równanie trzy niewiadome

Wyznacz wszystkie trójki liczb (x, y, z) spełniające równanie $\frac{1}{x^2+2x+3} + \frac{1}{y^2-2y+3} = z^2 + 1$.

Zadanie 5. Wysokość i środkowa w trójkącie

W trójkącie ABC wysokość CH dzieli środkową BM na połowy. Udowodnij, że ze środkowych trójkąta BCM można zbudować trójkąt prostokątny.